

線性移動台之體積誤差建模與量測

本研究自行開發一套五自由度測量系統並用於線性移動台的測量，該系統利用不同光學元件與穩頻氦氖雷射進行系統設計，實現同時進行定位誤差、水平與垂直兩個方向的直線度誤差以及偏擺與俯仰兩個角度誤差的測量，且可以在高速的情況下進行。本五自由度測量系統結構簡單容易安裝且低成本，直線度誤差測量精度為 $\pm 1 \mu\text{m}$ 、角度誤差測量精度為 $\pm 1 \text{ arc-sec}$ ，定位誤差測量精度為 2 ppm。體積誤差則是在符合阿貝原則與布萊恩原則的條件下建立，可以計算出測量目標更為準確的定位誤差。

■ 魏承弘、何昭慶

關鍵詞：微米級精密量測、五自由度測量系統、阿貝原則、布萊恩原則、體積誤差

精密製造是工業生產中關鍵的一環，直接影響產業競爭力，隨著製造工藝的日新月異，精度的要求越來越高，對於高精度測量的需求也如雨後春筍。精密運動平台是發展精密製造設備的核心部件，而線性平台 (linear stage) 或線性滑軌 (linear guideway) 是精密運動平台的核心零組件，無論是傳統產業或是新興產業都需要使用，必須具備高精度的直線運動功能，其精確度直接影響機械設備的精度，但實際上任何線性運動都會產生六自由度誤差，包括沿移動方向的定位誤差 (positioning error)、水平 / 垂直直線度 (horizontal/vertical straightness)、三個角度誤差 (pitch、yaw、roll)，一般對自由度誤差的測量經常採用雷射干涉儀，由於利用干涉方法，因此具有高測量精度，但雷射干涉儀每次的安裝校正只能測量一項自由度誤差，而且測量不同誤差還需使用不同的光學元件，並重新安裝校正才得以再次測量，對於多軸向工具機等需要進行多幾何誤差測量的設備來說，會造成測

量的低效率，很大程度的影響生產製程。雷射干涉儀也因價格不菲，多數廠商望而卻步，但缺少了精密測量儀器就無法進行精度的提升，因此要提升產業競爭力並提升機械設備的價值，開發出低成本且具備高效率、高精度的測量儀器至關重要。(K.-C. Fan, 1998)

精密運動平台的精度通常是由功能點的體積誤差所評估的，為了對體積誤差進行分析，許多學者曾提出了各種誤差建模的數學方法，其中最被廣泛使用的方法稱為齊次矩陣轉換法，但該方法有部分被忽略的問題，包括在測量每個軸的線性誤差時所選擇的測量軌跡沒有明確規範，是由測量者自行選擇一條特定路線。而後有基於阿貝原則和布萊恩原則的體積誤差模型被提出，彌補了齊次矩陣轉換法存在的缺陷。(E. Abbe, 1890) (J. B. Bryan, 1979)

本研究將基於上述需求開發一套五自由度測量系統，藉由精心設計過的光學組件相互搭配，實現移動目標的五個幾何誤差測

量，包含了定位誤差、水平與垂直兩個方向的直線度誤差以及偏擺和俯仰兩個角度誤差，且有別於多光束測量系統，該系統採用單光束雷射源，可以大幅降低在光軸校準的困難度，最後在基於阿貝原則和布萊恩原則推導體積誤差公式，並於商用 AOI 光學檢測機台上進行體積誤差之測量實驗。

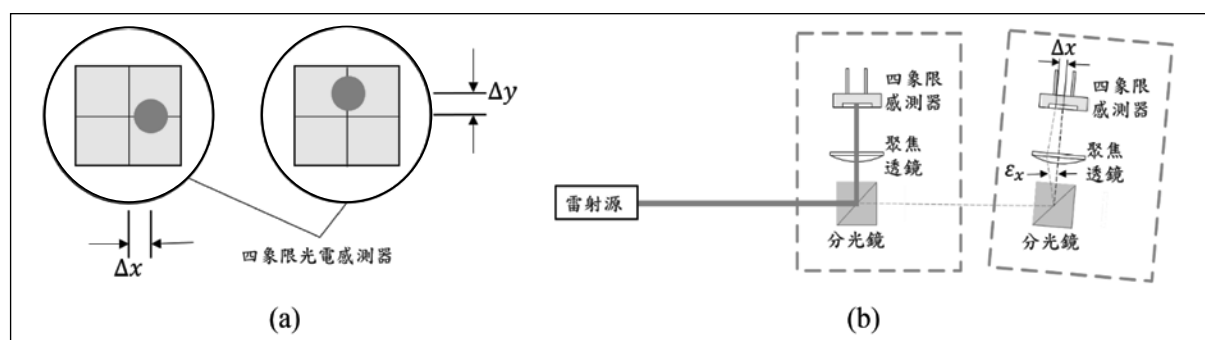
五自由度測量系統

一、工作原理

直線度誤差是指當線性平台或線性滑軌沿著一軸向進行線性運動時，理想情況下，被測物沿著其餘兩軸向的位移應為 0，但在現實情況中，被測物會在這兩軸向上產生一定程度的位移，該位移即直線度誤差。對直線度進行測量是利用雷射的高方向性和高亮度性，測量時雷射光源需固定，四象限光電感測器則安裝於待測量的線性平台或線性滑軌。理想狀態下，測量目標移動時雷射光點會保持在四象限光電感測器的正中間，當測量目標有水平 / 垂直偏移時，會使安裝的四象限光電感測器同步產生水平 / 垂直偏移，

連帶影響雷射光點產生位移變化，該位移變化即可代表測量目標的水平 / 垂直直線度誤差，如圖一 (a) 所示， Δx 代表水平直線度誤差， Δy 代表垂直直線度誤差。

角度誤差是指當線性平台或線性滑軌沿著一軸向進行線性運動時，會存在繞著三個軸向的微小轉動，這些轉動造成的轉動量即為角度誤差。圖一 (b) 為該系統測量俯仰角度與偏擺角度誤差測量原理， ε_x 表示測量的角度變化量， Δx 表示雷射光點在感測器表面上的變化量。測量時，雷射光束穿透聚焦透鏡聚焦在四象限光電感測器表面上，根據聚焦透鏡的原理可以得知，透鏡的焦距與聚焦能力是受入射光線的角度和方向影響，與透鏡的平移位置無關，因為光線帶角度入射透鏡時，由於折射定律會導致光線在透鏡內部的傳播路徑發生偏移，進而改變光線折射的方向；但透鏡平移時，其形狀和折射率仍然不變，因此透鏡的焦距與聚焦能力也保持不變。所以當線性平台或線性滑軌移動時並不會對其造成改變，只在產生角度變化的情況下會改變雷射光點在感測器表面上的位置，從而分辨直線度與角度的測量。



圖一 測量原理：(a) 直線度誤差測量原理，(b) 俯仰角度與偏擺角度誤差測量原理

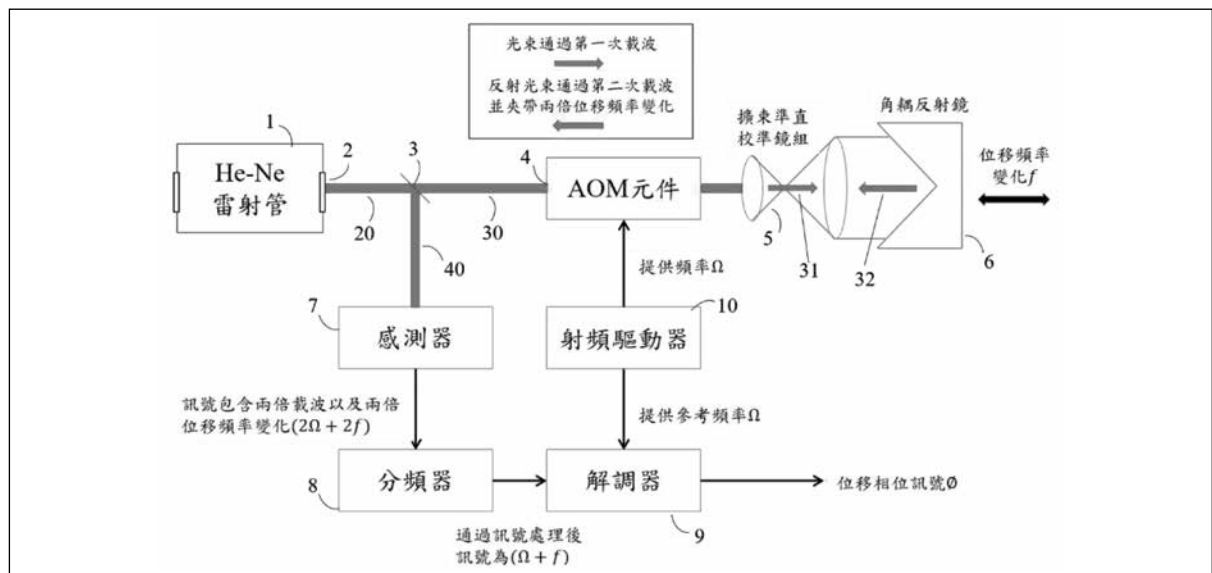
圖二為雷射都卜勒位移器原理圖，雷射光由穩頻的氦氖雷射管 (1) 射出且通過雷射管本身的反射鏡 (2)，進而產生了光

束 (20)，分光片 (3) 會將光束 (20) 分為穿透光束 (30) 與反射光束 (40)，穿透光束 (30) 會通過一組聲光調製器 (Acousto-Optic

Modulator, AOM)(4)，該調製器接受射頻 驅動器 (RF Driver)(10) 提供一個頻率 Ω ，而賦予雷射光束一個載波，擁有載波的雷射光束可以抵抗環境的干擾。雷射光束繼續經過擴束準直校準透鏡組 (5) 將雷射光束擴大準直後射出，前進方向的光束 (31) 射出後會經由安裝在測量目標的角耦反射鏡 (6) 反射回來，反射的光束 (32) 會再次通過鏡組 (5)，此時鏡組的功能為光束縮減，該反射光 (32) 會被重新引導進入 AOM(4)，並穿透分光片 (3) 打在反射鏡 (2) 上，反射光會再次被反

射，藉著分光片 (3) 反射至感測器 (Detector) (7) 接收光訊號。

位移頻率變化為 f ，光束因經過兩倍的行程，故有兩倍的載波以及兩倍的位移頻率變化 ($2\Omega + 2f$)，感測器 (7) 接收訊號後，藉由分頻器 (Frequency Divider)(8) 消除一半的載波與位移訊號得到 $(\Omega + f)$ ，而射頻驅動器 (10) 會提供參考頻率 給解調器 (Phase Demodulator)(9)，進一步比較訊號，可以輸出位移相位訊號解出位移值，該訊號與角耦反射鏡的位置成正比。

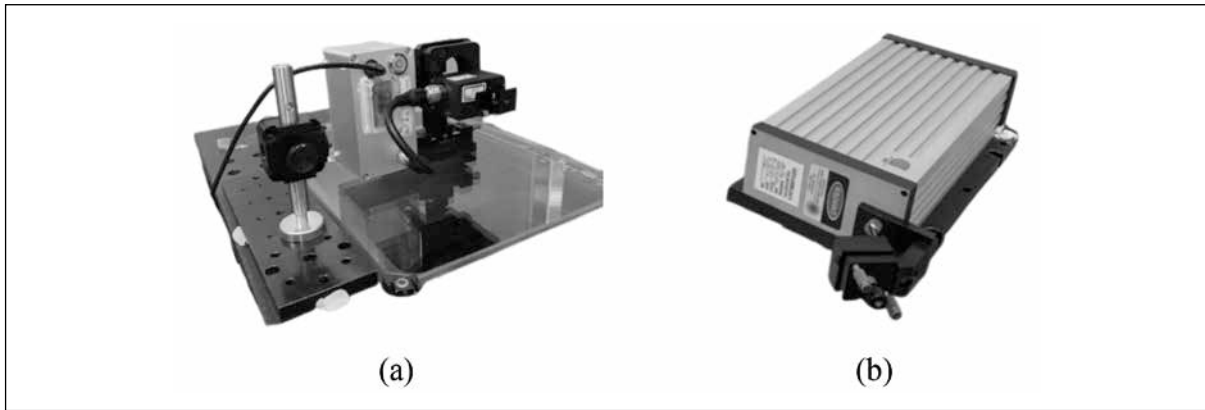


圖二 雷射都卜勒位移器原理圖

二、系統架構

該五自由度測量系統架構如圖所示，分別為圖三 (a) 移動測量模組與圖三 (b) 固定雷射模組兩部分，用於測量定位誤差、水平和垂直直線度等三個線性誤差，以及偏擺角和俯仰兩個角度誤差。定位誤差測量基於都卜勒效應所測量得知移動目標的位移量；

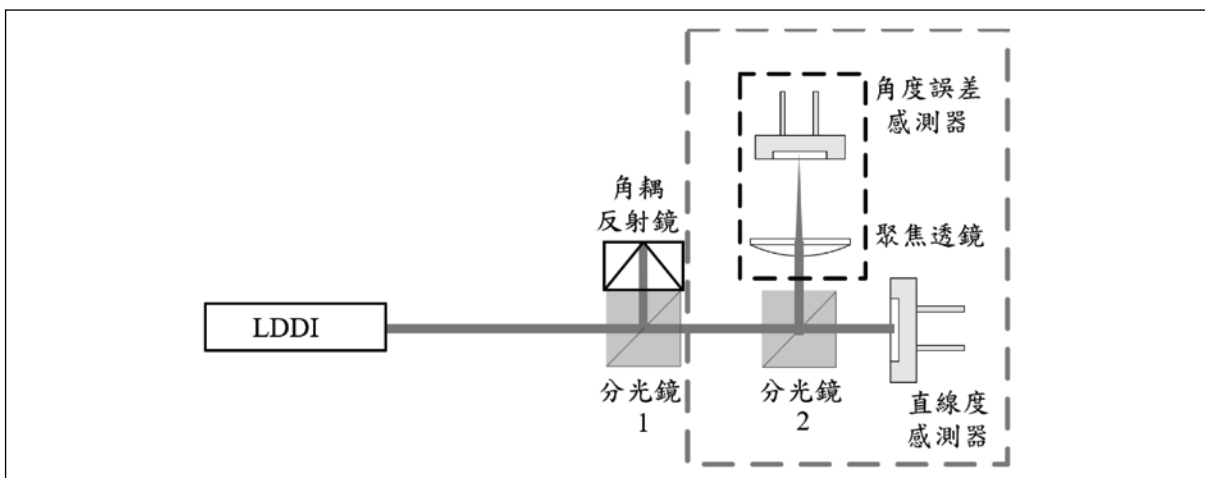
直線度誤差是使用四象限感測器檢測移動目標相對於準直的雷射光束的水平與垂直運動；角度誤差是由自動視準儀的原理，藉由解析探測器上的水平與垂直訊號，來測量偏擺和俯仰誤差。測量訊號則透過訊號採集卡 (USB 1208HS) 以及藍芽模組進行傳輸。



圖三 五自由度測量系統架構圖：(a) 移動測量模組，(b) 固定雷射模組

該系統的光學配置如圖四所示，包含了一個固定雷射模組和一個安裝於移動目標上的測量模組。固定雷射模組的光源由雷射都卜勒位移干涉儀提供，使定位誤差得以測量，而在使用雷射進行測量前，必須進行雷射光軸的校準，使其與移動台運動軸同軸，

故有一 45 度微調反射鏡架安裝在干涉儀上，可以調整反射鏡架的微調螺絲，當雷射光點可以落於測量行程中近端與遠端的四象限感測器中心，即完成雷射光軸與目標物運動軸的校準。



圖四 五自由度測量系統光學配置

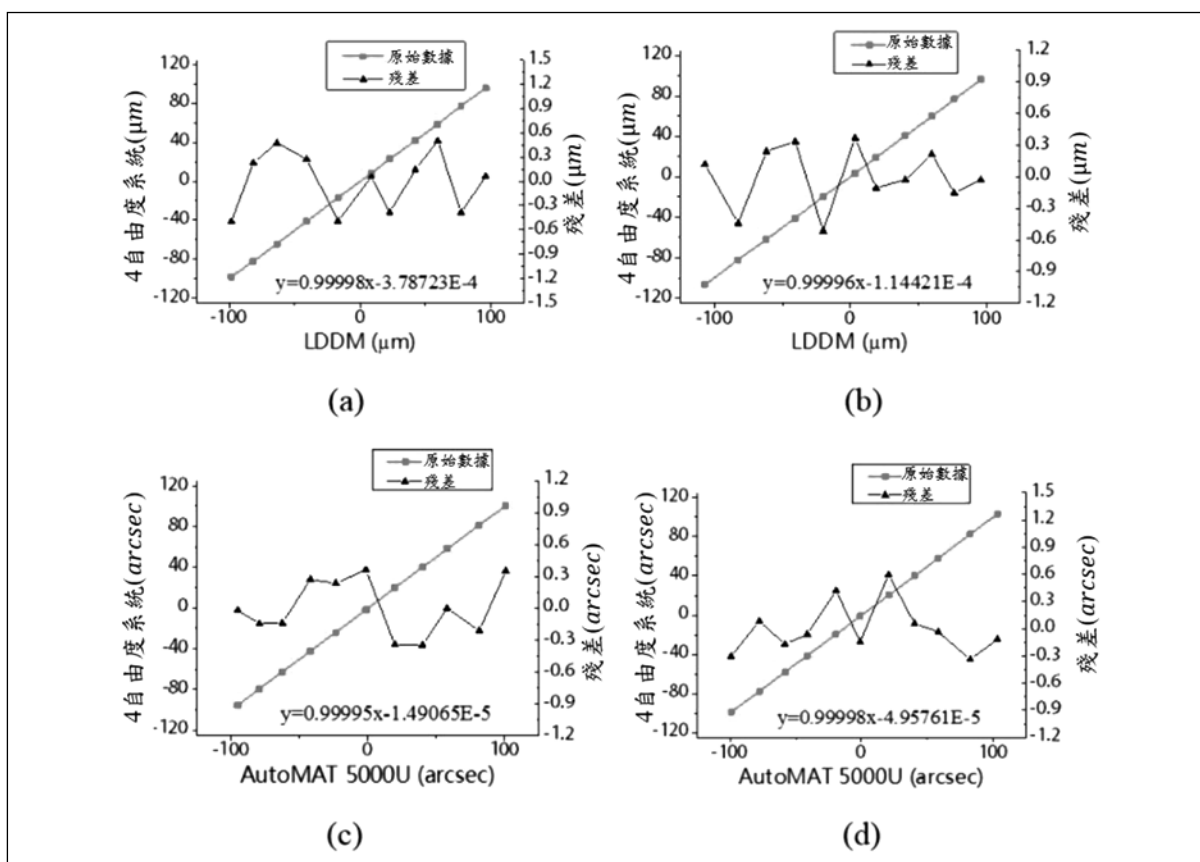
在測量模組中，入射的參考光束會被分光鏡 1 分成兩路徑，反射光會被角耦反射鏡接收並再次反射回干涉儀，由干涉儀內部的感測器所接收並進行位移訊號處理及傳輸，穿透光則會被分光鏡 2 再次分成兩路徑。第二次分光的反射光被自動視準儀用於

測量偏擺和俯仰誤差，該反射光會聚焦在聚焦透鏡的焦點上，即角度誤差感測器。第二次分光的穿透光則被直線度感測器接收，用於測量移動目標的水平和垂直直線度。直線度與角度誤差的訊號會由藍芽模組傳送至電腦進行訊號處理。

三、系統校正

該系統的直線度測量與角度測量為自行開發，故分別對兩個直線度誤差和兩個角度誤差進行精度校正，而進行定位誤差測量的雷射都卜勒位移干涉儀是使用 Optodyne Inc. USA 的 LICS-100，商用儀器其性能在出廠時已經過檢驗。直線度誤差的校正參考使用了 Optodyne Inc. USA 所生產的 Laser Doppler Displacement Meter(LDDM)，使用

型號為 LICS-100，對於角度誤差的校正，使用由 AutoMAT Co. 生產的自準直儀 (型號為 5000U) 做為參考。圖五 (a) 至圖五 (d) 表示了校正結果，在 $\pm 100 \mu m$ 範圍內的兩個直線度誤差的殘差 (residual) 都在 $\pm 0.5 \mu m$ 內，而在 $\pm 100 arc - sec$ 範圍內的兩個角度誤差的殘差都在 $\pm 0.6 arc - sec$ ，這個結果表明該測量系統的性能是可以接受的。



圖五 校正結果：(a) 水平直線度，(b) 垂直直線度，(c) 偏擺角，(d) 俯仰角

體積誤差建模與量測

一、體積誤差的組成

本章節對 AOI 機台的運動平台建立一符合阿貝原則與布萊恩原則的體積誤差模型 (范光照, 2018)，再利用五自由度測量系統測量運動平台的幾何誤差。線性移動平台

的體積誤差是指：當平台進行線性運動時產生的幾何誤差，導致實際功能點到達的位置與理想功能點所設定的位置在體積空間的偏差。任何透過裝置於各移動軸的光學尺或旋轉編碼器進行即時的位置回授的線性儀動平台，或是使用儀器進行平台測量時，往往

因為結構設計的限制，以及儀器的安裝位置影響，使其無法滿足阿貝原則與布萊恩原則，導致功能點無法達到體積空間中的理想位置；而功能點的定位誤差難以透過測量得知，故透過測量線性移動平台的線性誤差、角度誤差以及各點之間的偏位轉換至功能點，來得知功能點的定位誤差。本研究以商用 AOI 機台的移動平台為實驗目標，而功能點就以鏡頭延伸至移動平台的點作為代表，為方便分類，對移動平台的幾何誤差進

行定義，以 δ 符號作為線性誤差代表， ε 符號作為角度誤差代表，更詳細的定義如下：

$\delta_i(j)$ ：位於下標的 i 為移動平台的 i 方向線性誤差，括弧內的 j 為移動平台的移動方向；

$\varepsilon_i(j)$ ：位於下標的 i 為移動平台的 i 方向角度誤差，括弧內的 j 為移動平台的移動方向。

故移動平台沿著 X 軸向時的幾何誤差符號如表一所示。

表一 移動平台幾何誤差符號

運動軸向	定位誤差	水平直線度	垂直直線度	俯仰角度	偏擺角度	滾動角度
X 軸	$\delta_x(X)$	$\delta_y(X)$	$\delta_z(X)$	$\varepsilon_y(X)$	$\varepsilon_z(X)$	$\varepsilon_x(X)$

體積誤差會受到阿貝基準點與布萊恩基準點的影響，移動平台的基準定位誤差所對應的點即為阿貝偏位為零的阿貝基準點。以實驗目標來說，該機台由光學尺進行位置回授，光學尺的讀頭就代表阿貝基準點；而測量直線度誤差的測量點則代表布萊恩基準點。而公式中同時含有阿貝偏位與布萊恩偏位會較複雜，可以將兩點合為一，也就是將

布萊恩基準點所測量的直線度誤差轉換至阿貝基準點，使所有線性誤差都以阿貝基準點為基準，故需先測量兩點之間相對距離，再進行誤差轉換。而表示阿貝基準點、布萊恩基準點以及功能點的線性誤差如表二所示，其中下標的 a 代表阿貝基準點； b 代表布萊恩基準點； F 代表功能點。

表二 移動平台各點線性誤差符號

	定位誤差	水平直線度誤差	垂直直線度誤差
阿貝基準點	$\delta_{xa}(X)$	$\delta_{ya}(X)$	$\delta_{za}(X)$
布萊恩基準點	$\delta_{xb}(X)$	$\delta_{yb}(X)$	$\delta_{zb}(X)$
功能點	$\delta_{xF}(X)$	$\delta_{yF}(X)$	$\delta_{zF}(X)$

當進行 X 軸向運動時，其光學尺讀頭位於平台左側，如圖六 (a) 所示，而阿貝基準點 a 、布萊恩基準點 b 以及功能點 F 之間的偏位如表三所示，其中 X 方向的阿貝偏位會隨著 X 軸運動而改變，故將 X 軸運動

至原點時的偏位定義為 $L_0(x)$ ，當 X 軸運動時，需將 $L_0(x)$ 扣除移動的距離 x 來得到真實的阿貝偏位，其關係如式 (1)；Y 方向的阿貝偏位因不受 X 軸運動影響，

表三 移動平台各點線性誤差符號

	X 方向偏位	Y 方向偏位	Z 方向偏位
布萊恩基準點 b 與阿貝基準點 a	$\Delta L_x(x)$	$\Delta L_y(x)$	$\Delta L_z(x)$
阿貝基準點 a 與功能點 F	$L_x(x)$	$L_y(x)$	$L_z(x)$
布萊恩基準點 b 與功能點 F	$L_x b(x)$	$L_y b(x)$	$L_z b(x)$

所以該偏位為定值；Z 方向的阿貝偏位也不受 X 軸運動影響，所以該偏位也為定值，而後可以得到功能點 F 距離阿貝基準點 a 有三個方向的偏位： $L_x(X)$ 、 $L_y(X)$ 、 $L_z(X)$ 。

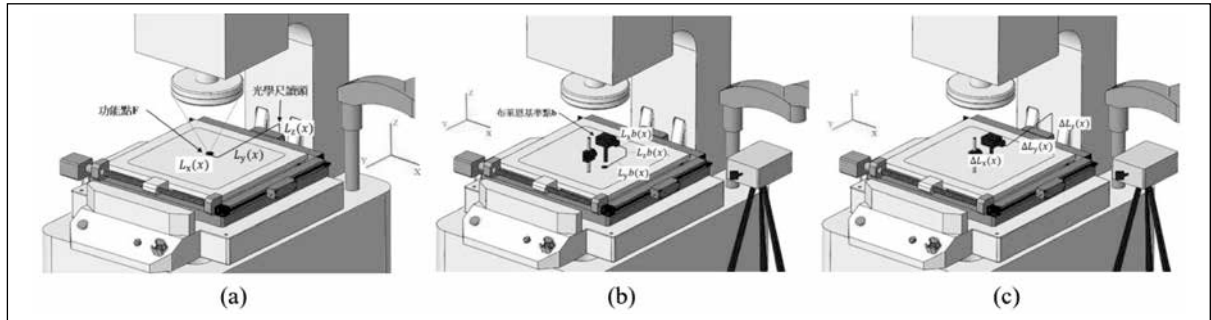
$$L_x(X) = L_0(x) - x \quad (1)$$

功能點 F 距離布萊恩基準點 b 也具有三個方向的偏位，如圖六 (b) 所示，其中 X 方向的布萊恩偏位會隨著 X 軸運動而改變，故將 X 軸運動至原點時的偏位定義為 $L_0 b(x)$ ，當 X 軸運動時，需將 $L_0 b(x)$ 扣除移動的距離 x 來得到真實的布萊恩偏位，其關

係如式 (2)；Y 方向的布萊恩偏位因不受 X 軸運動影響，所以該偏位為定值；Z 方向的布萊恩偏位也不受 X 軸運動影響，所以該偏位也為定值，而後可以得到功能點 F 距離布萊恩基準點 b 的三個方向偏位： $L_x b(x)$ 、 $L_y b(x)$ 、 $L_z b(x)$ 。

$$L_y b(x) = L_0 b(x) - x \quad (2)$$

布萊恩基準點 b 與阿貝基準點 a 之間的相對距離皆為定值： $\Delta L_x(x)$ 、 $\Delta L_y(x)$ 、 $\Delta L_z(x)$ ，如圖六 (c) 所示。



圖六 各點之間偏位示意圖：(a) 阿貝基準點 a 與功能點 F 位置誤差，(b) 布萊恩基準點 b 與功能點 F 位置誤差，(c) 布萊恩基準點 b 與阿貝基準點 a 相對距離

綜合上述，以及依照國際標準所規範的機器座標系統須採用的右手定則，所測得的線性誤差、角度誤差以及各軸向的偏位可以得到 X 軸的體積誤差公式，如式 (3) 至式 (11)。

(一) 布萊恩基準點 b 轉換阿貝基準點 a

$$\delta_{xa}(X) = \delta_{xb}(X) + \varepsilon_y(X)\Delta L_z(X) - \varepsilon_z(X)\Delta L_y(X) \quad (3)$$

$$\delta_{ya}(X) = \delta_{yb}(X) + \varepsilon_z(X)\Delta L_x(X) - \varepsilon_x(X)\Delta L_z(X) \quad (4)$$

$$\delta_{za}(X) = \delta_{zb}(X) + \varepsilon_x(X)\Delta L_y(X) - \varepsilon_y(X)\Delta L_x(X) \quad (5)$$

(二) 阿貝基準點 a 轉換功能點 F

$$\delta_{xF}(X) = \delta_{xa}(X) + \varepsilon_y(X)L_z(X) - \varepsilon_z(X)L_y(X) \quad (6)$$

$$\delta_{yF}(X) = \delta_{ya}(X) + \varepsilon_z(X)L_x(X) - \varepsilon_x(X)L_z(X) \quad (7)$$

$$\delta_{zF}(X) = \delta_{za}(X) + \varepsilon_x(X)L_y(X) - \varepsilon_y(X)L_x(X) \quad (8)$$

(三) 布萊恩基準點 b 轉換功能點 F

$$\delta_{xF}(X) = \delta_{xb}(X) + \varepsilon_y(X)L_z b(X) - \varepsilon_z(X)L_y b(X) \quad (6)$$

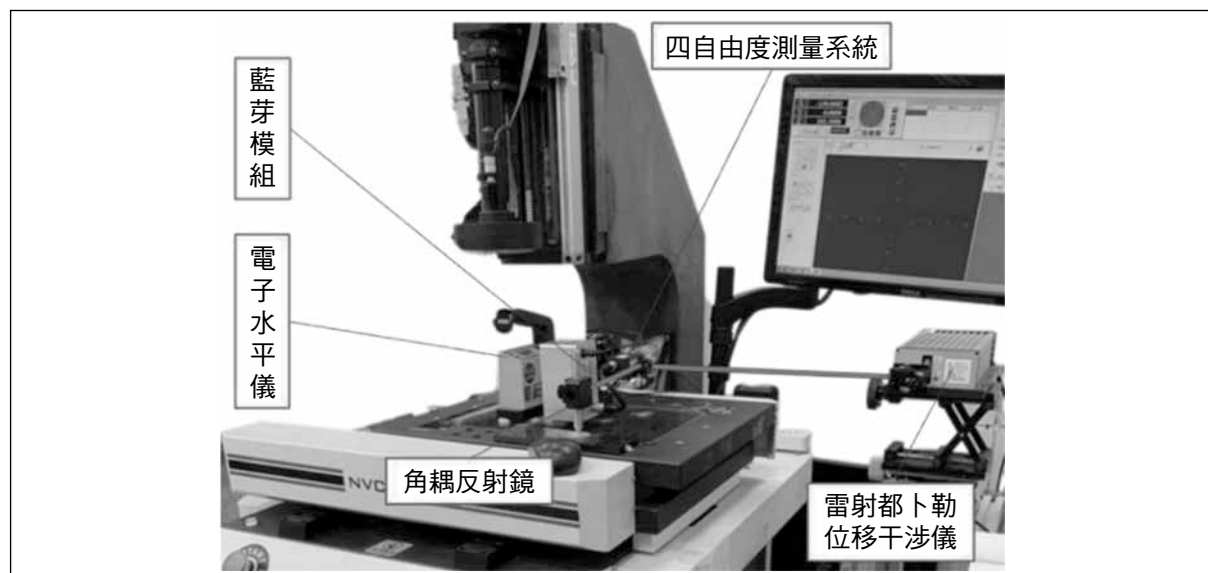
$$\delta_{yF}(X) = \delta_{yb}(X) + \varepsilon_z(X)L_{xb}(X) - \varepsilon_x(X)L_{zb}(X) \quad (7)$$

$$\delta_{zF}(X) = \delta_{zb}(X) + \varepsilon_x(X)L_{yb}(X) - \varepsilon_y(X)L_{xb}(X) \quad (8)$$

二、AOI 機台多自由度測量與體積誤差

本測量實驗以五自由度測量系統測量定位誤差、直線度誤差與俯仰、偏擺角度誤差，滾動誤差則透過電子水平儀進行測量 (SDS 10)，實驗架設如圖七所示。定位誤差測量時，需先進行暖機動作 (warm-up)，可以確保所有儀器設備在穩定的工作狀態下進行測量，減少由於溫度變化引起的誤差，而測量的每個行程至少需要包含 8 個測量點，

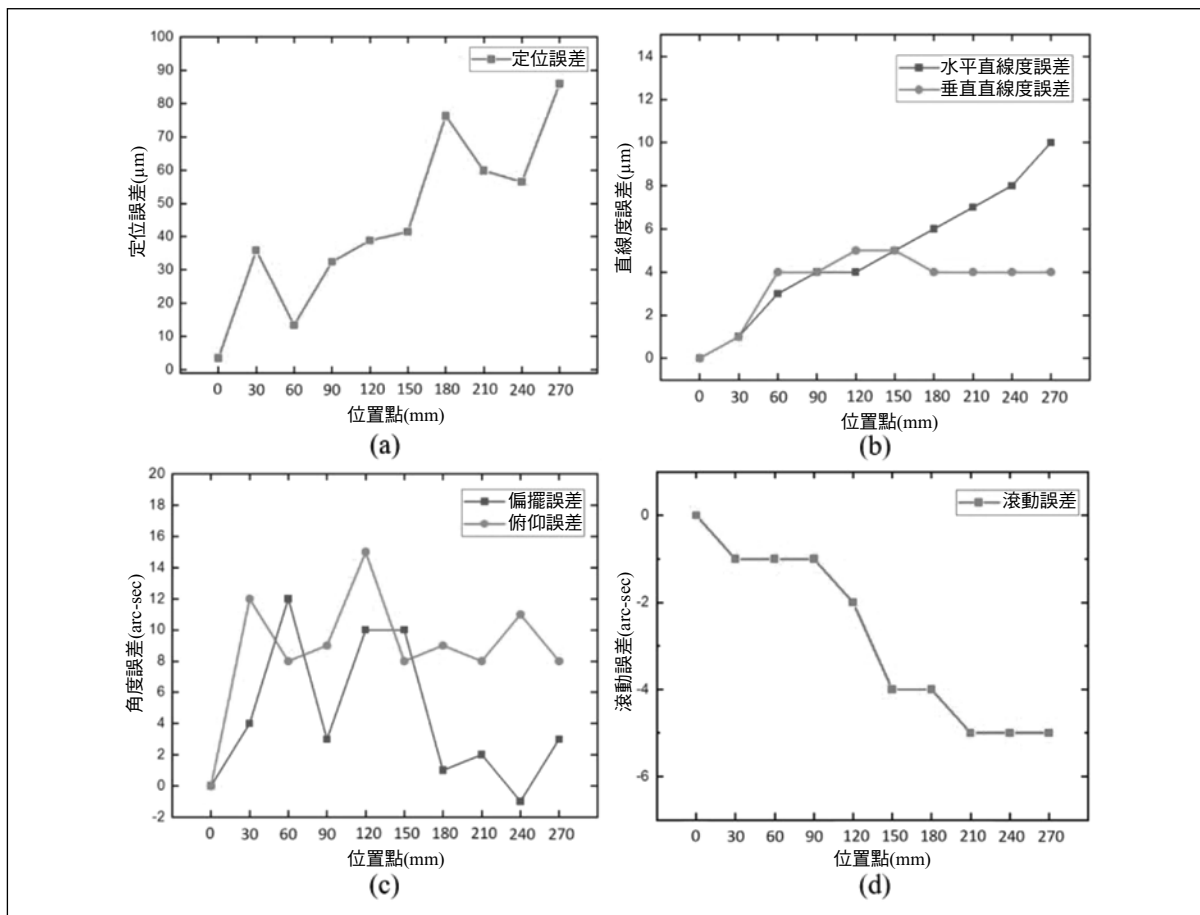
且進行來回 5 次的測量。一般移動平台都由滾珠導螺桿作為帶動的零件，而滾珠導螺桿在進行反向運動時會產生反向誤差，故在每次運動的起點與終點都須在往前與往後一段距離再回到測量位置。直線度誤差與角度誤差測量時，進行 10 次測量，再取得每個測量點的平均值，而受限於測量空間限制，故只測量 X 軸的幾何誤差，也因 AOI 機台由兩個線性移動台所搭建，兩軸向移動所產生的誤差稱為面誤差，故體積誤差所計算的值僅採用 X 與 Y 方向定位誤差。



圖七 測量實驗架設圖

X 軸的測量行程為 270 mm，總共 10 個測量點，每個測量點間隔 30 mm，定位誤差測量結果如圖八 (a) 所示；直線度誤差如圖八 (b) 所示；偏擺與俯仰誤差如圖八 (c) 所示；滾動角誤差如圖八 (d) 所示。將測量數值以及事先測量的各點之間的偏位值帶入所推導的體積誤差公式，即可以得到各軸向的體積誤差，但因測量空間限制，故體積

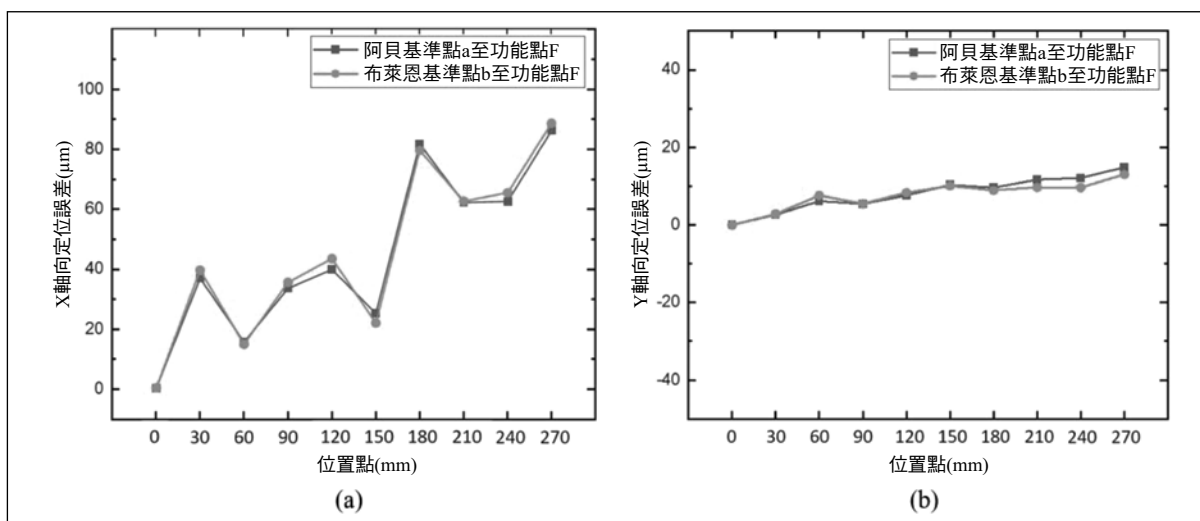
誤差僅計算 X 軸的定位誤差。阿貝基準點 a、布萊恩基準點 b 與功能點 F 之間的偏位值如表四所示，X 軸功能點的 X 軸向定位誤差值如圖九 (a) 所示，X 軸功能點的 Y 軸向定位誤差值如圖九 (b) 所示，可以得知阿貝基準點與布萊恩基準點轉換至功能點的定位誤差趨勢相同。



圖八 測量結果：(a) 定位誤差，(b) 直線度誤差，(c) 偏擺與俯仰角誤差，(d) 滾動角誤差

表四 X 軸各點之間偏位值

布萊恩基準點 b 至阿貝基準 a 點		阿貝基準點 a 至功能點 F		布萊恩基準點 b 至功能點 F	
$\Delta L_x(x)$	38 mm	$L_x(x)$	0 mm	$L_{xb}(x)$	70 mm
$\Delta L_y(x)$	210 mm	$L_y(x)$	255 mm	$L_{yb}(x)$	25 mm
$\Delta L_z(x)$	127 mm	$L_z(x)$	45 mm	$L_{zb}(x)$	80 mm



圖九 定位誤差趨勢圖：(a) X 軸功能點的 X 軸向定位誤差，(b) X 軸功能點的 Y 軸向定位誤差

結論

本文以結構簡單、高精度以及低成本作為出發點，開發一套五自由度測量系統，其具備同時測量定位誤差 (positioning error)、水平 / 垂直直線度誤差 (horizontal/vertical straightness)、俯仰角度誤差 (pitch error) 以及偏擺角度誤差 (yaw error) 的能力，也透過與商用儀器校正比對，驗證了所開發的系統性能，其直線度誤差測量精度為 $\pm 1 \mu\text{m}$ ；角度誤差測量精度為 $\pm 1 \text{arc-sec}$ ；定位誤差測量精度為 2.0 ppm。同時，也基於阿貝原則與布萊恩原則推導測量實驗所用的商用 AOI 機台的體積誤差公式，再將測量數值帶入公式並計算得知 AOI 機台的功能點定位誤差，未來可以進一步對誤差進行補償。本文於一般商用 AOI 機台作為實驗對象，將來也可以應用於製造業的工具機、精密滑台上，提升精度以創造更大的產業價值。

參考文獻

1. K.-C. Fan, M.-J. Chen, and W. Huang(1998), "A six-degree-of-freedom measurement system for the motion accuracy of linear stages," International Journal of Machine Tools and Manufacture, vol. 38, no. 3, pp. 155-164.
2. E. Abbe(1890), "Messapparate für physiker," Zeitschrift für Instrumentenkunde, 10: pp. 446-448.
3. J. B. Bryan(1979), "The Abbe principle revisited: an updated interpretation," Precision Engineering, vol.1, no. 3, pp. 129-132.
4. 范光照、曾百由 (2018)。「精密機械精度基礎」，高立圖書有限公司。

作者簡介

魏承弘 / 國立台北科技大學 製造科技研究所

何昭慶 / 國立台北科技大學 製造科技研究所 / 指導老師

